

La suprématie de l'école française de mathématiques est ébranlée

Le Monde – 15 septembre 1966

Ce rassemblement a été marqué par un double record : 4 201 inscriptions furent prises, parmi lesquelles on peut compter 1473 soviétiques, 624 américaines et 229 françaises (dont celle de l'anonyme Bourbaki) (1). Plus de onze cents communications y furent présentées, dont six cents en langue russe. Cette proportion est en partie explicable par le fait que, l'U.R.S.S. étant la nation invitante, les mathématiciens des pays socialistes bénéficiaient d'une possibilité exceptionnelle de participation massive.

S'il est impossible, au lendemain d'une manifestation aussi complexe, de prétendre tirer des conclusions définitives quant à sa signification globale et à son importance dans révolution de la science, l'opinion personnelle d'un certain nombre de mathématiciens est que nous avons assisté depuis quelques années à un tournant assez notable.

Le congrès de 1900 avait vu, par exemple, David Hilbert proposer près d'une centaine de problèmes ouverts à la sagacité des mathématiciens à venir ; Henri Poincaré avait formulé des conjectures analogues. Si certains défis restent pendants (comme la fameuse hypothèse suivant laquelle les zéros de la fonction "zeta" de Riemann sont situés sur une certaine droite du plan), une grande partie des questions ont reçu aujourd'hui, parfois très récemment, une réponse. On peut citer parmi les résultats importants obtenus ces dernières années :

- Toute variété algébrique est birationnellement équivalente à une variété algébrique sans singularité (Hironaka) ;
- Tout groupe fini simple non abélien est d'ordre pair (Thompson, dans une démonstration de 200 pages) ;
- Les structures différentiables que l'on peut définir sur une sphère sont équivalentes entre elles (Milnor, qui a ainsi résolu par la négative une conjecture célèbre) ;

- La série de Fourier d'une fonction de carré sommable est presque partout convergente (Carleson).

Dans cette optique, l'attention des congressistes fut attirée particulièrement par deux problèmes récemment résolus, qui ont valu à leurs auteurs deux des quatre médailles Fields. On sait que cette récompense équivaut au prix Nobel (qui ignore les mathématiques) ; décernée pour la première fois en 1936, elle le fut encore en 1950, 1954, 1958 et 1962, deux lauréats étant désignés simultanément (parmi eux, citons les trois mathématiciens français L. Schwartz, J.-P. Serre et R. Thom). Il a été décidé cette année de porter le contingent à quatre, en raison de l'accroissement notable de travaux de qualité exceptionnelle menés à bien par des mathématiciens de moins de quarante ans.

Les quatre médailles

On sait que le jeune Américain P.-J. Cohen a démontré, en 1963, que l'hypothèse du continu était indépendante des axiomes classiques de la théorie des ensembles (voir *Le Monde* du 12 décembre 1963). Cette hypothèse supposait établi le fait qu'il n'existait pas d'ensemble entre les ensembles démontables (dont les éléments peuvent recevoir un numéro d'ordre déterminé par une règle posée à l'avance) et les ensembles continus (dont les éléments peuvent être accouplés avec les nombres réels). On savait déjà qu'on ne pouvait en démontrer la fausseté en un nombre fini d'étapes, ce qui laissait croire à la vérité de l'hypothèse. Cohen montra qu'il était également impossible de prouver cette vérité supposée, et que deux théories des ensembles pouvaient dès lors coexister sans contradiction : c'est ce qui lui a valu sa médaille.

Ce résultat déroutant, qui concrétise le théorème de Gödel suivant lequel il existe dans toute théorie des ensembles assez puissante pour contenir l'arithmétique usuelle des propositions ni vraies ni fausses (dites "indécidables"), risque de peser nettement dans les problèmes de philosophie des sciences en particulier. (Sans doute en sera-t-il fait état au congrès spécialisé de logique, méthodologie et philosophie des sciences d'Amsterdam en 1967.)

Une autre médaille fut attribuée à Stephen Smale, notamment, pour la résolution d'un problème d'Henri Poincaré. L'énoncé en est technique (les

variétés topologiques ayant le type d'homotopie d'une sphère sont des sphères pour les dimensions supérieures ou égales à cinq).

Les travaux des deux derniers lauréats, l'Anglais Atiyah et A. Grothendieck, ne sont guère susceptibles d'être vulgarisés, d'autant plus que c'est l'ensemble de leur œuvre qui est ainsi couronné.

Du premier, qui a su établir des liens insoupçonnés entre l'analyse et la topologie algébrique, le professeur H. Cartan (fils du géomètre Elie Cartan, porté à la présidence de l'Union internationale des mathématiciens pour quatre ans) résuma, au cours d'une séance solennelle, les recherches sur les formules dites de l'indice et des points fixes, et la création de la "K-théorie".

Du second, le professeur J. Dieudonné (avec H. Cartan, "père" de Bourbaki, doyen de Nice et hôte du prochain congrès) rappela les efforts en vue de doter la géométrie algébrique de bases plus générales et plus abstraites, et de lui donner un essor considérable.

Difficultés politiques

Les problèmes politiques ne restèrent pas étrangers à cette manifestation. Si l'Américain S. Smale, convoqué par la commission des activités anti-américaines (pour son attitude envers la guerre du Vietnam), deux jours avant son départ de Berkeley pour Moscou, se vit accuser par les journaux de San-Francisco de "s'enfuir en U.R.S.S." (pour y connaître d'ailleurs des ennuis avec la douane soviétique, qui l'empêchèrent d'arriver à temps pour recevoir sa médaille), le professeur Grothendieck, apatride d'origine russe et de culture française (il enseigne à l'Institut des hautes études scientifiques de Gif-sur-Yvette), avait prévenu dès le mois de février le comité d'organisation du congrès qu'en dépit de son vif désir de rencontrer ses collègues soviétiques, il ne pourrait s'y rendre en raison des poursuites engagées contre Siniavski et Daniel.

Le rassemblement des mathématiciens venus des cinq continents (mais non de Chine) fut surtout l'occasion de centaines de réunions hors congrès, parfois tenues sur les marches de marbre d'un escalier devant bières (chaudes) et sandwiches, très rarement au domicile d'un Moscovite. On a pu y constater la montée attendue de l'école américaine, qui occupe enfin une place digne du rang des États-Unis dans le monde. Si les universitaires

et chercheurs français remarquent qu'ils restent encore globalement compétitifs devant l'école soviétique, particulièrement impressionnante chez elle, certains - et non des moindres - appréhendent manifestement que le nombre insuffisant de mathématiciens français ne rende bientôt la situation beaucoup moins brillante. Les rapports sur invitation demandés à des Français sont devenus moins nombreux qu'en 1950.

Ils accusent nettement sinon le système même des grandes écoles, du moins la part beaucoup trop faible réservée aux "bottes recherches", à la sortie de Polytechnique notamment. On sait en effet que beaucoup d'universitaires regrettent ouvertement que de brillants bacheliers ressentent trop l'appel doré de la situation d'ingénieur, celui-ci étant voué généralement à l'administration après un temps plus ou moins bref d'activité industrielle, et négligent les carrières de chercheurs (que l'organisation actuelle du C.N.R.S. ne rend pas, il faut le dire, très attrayantes).

Des remèdes sont à trouver, qui ne mettent pas en cause la liberté du choix personnel, dans une harmonisation des différents enseignements supérieurs, dans le respect des demandes souvent divergentes de la science et de la technique, et dans une incitation à la recherche (notamment en mathématiques pures) au niveau des lycéens. Faute d'un redressement assez net, le congrès de Nice pourrait bien marquer, le 1er septembre 1970, notre chant du cygne dans l'un des derniers domaines où la France garde une place de premier plan, mais risque de ne pouvoir consacrer suffisamment de cerveaux au gigantesque effort de synthèse en cours.

(1) Bourbaki est un personnage fictif créé par quelques mathématiciens français avant la guerre. Il s'agit d'un auteur collectif qui rassemble sous son nom plusieurs chercheurs de notre pays.

ANDRÉ WARUSFEL