

Paris, le 4 Janvier 1981

ÉQUIPE D'ANALYSE

Équipe de Recherche
associée au CNRS N° 294

UNIVERSITÉ PARIS VI

4, PLACE JUSSIEU

75230 PARIS - CEDEX 05

TOUR 46

4^e ÉTAGE

TÉL. 336-25-25 - POSTE 53-49

ENVOI DE :

Gustave CHOQUET

16, avenue d'Alembert

92 - ANTONY

Tél. 782-68-84

Cher Maurice Warusfel

J'ai eu besoin, ces derniers jours,
d'utiliser votre livre sur la "Structure algébrique
finie" et ceci m'a permis d'en apprécier la
grande richesse et l'accès direct qu'il donne
aux propriétés du corps et anneaux finis. Je vous
en remercie à nouveau tout reconnaissant de m'en
avoir aimablement adressé un exemplaire.

Je m'intéresse en effet depuis mes dernières à
la répartition des suites $b_i (3/2)^n$ modulo 1 sur $\mathbb{T}$, ce
qui me conduit à l'étude des θ -cycles ($\theta = 3/2$), i.e.
les parties finies minimales^{*} de $\mathbb{T}$ vérifiant $2X = 3X$.

Ces cycles sont directement liés aux groupes V_n
des anneaux $\mathbb{Z}_n$, et ils m'ont amené à me poser la
question suivante :

* Supposons d'abord n quelconque, avec $(n, 6) = 1$, et notons
 ω l'élément $3/2$ de $\mathbb{Z}_n$; soit G_n le sous-groupe de V_n
engendré par les ω^i ($i = 0, 1, 2, \dots$). Je dirai que n est
"complet" si $G_n = V_n$; il faut évidemment pour cela que
 n soit premier, et de plus ce qui, par (cf. effet) ω soit l'un des

généralisation du groupe cyclique $\mathbb{Z}_n$.

Il y a beaucoup de tels nombres premiers n , mais je n'ai pas encore montré qu'il y en a une infinité; je pense que vous disposez de l'expérience suffisante pour pouvoir répondre à cette question. Je sais démontrer seulement ça :

Appelons *superpremier* tout n ^{impair} tel que n et $(n-1)/2$ soient premiers. Alors, pour qu'un n superpremier soit complet, il faut et il suffit que $n \equiv 7$ ou bien que $n \equiv 11 \pmod{24}$.

Les nombres 7, 11, 59, 83, ... sont donc complets.

Mais 23, 47, 167, ... sont superpremiers et non complets.

Et 17, 31, 37, 41, ... sont complets mais non superpremiers.

Le problème est qu'on ignore s'il existe une infinité de nombres superpremiers; d'où l'intérêt d'étudier tous les n premiers complets.

Le même problème se pose aussi, bien sûr, si on remplace $\mathbb{Z}/2$ par n'importe quelle fraction irréductible a/b (on prendra alors $(q, ab) = 1$).

Je serais heureux que vous puissiez faire avancer cette question qui serait intéressante pour l'étude du répartition mod 1.

Je vous prie de croire, Cher Monsieur Wamagata, à mes sentiments cordiaux et dévoués

G. Choquet